basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

NOVEMBER 2015

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
6. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $x^2 - 9x + 20 = 0$ (3)

1.1.2 $3x^2 + 5x = 4$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

1.1.3 $2x^{\frac{-5}{3}} = 64$ (4)

1.1.4 $\sqrt{2 - x} = x - 2$ (4)

1.1.5 $x^2 + 7x < 0$ (3)

1.2 Gegee: $(3x - y)^2 + (x - 5)^2 = 0$

Los op vir x en y. (4)

1.3 Vir watter waarde van k sal die vergelyking $x^2 + x = k$ geen reële wortels hê nie? (4)

[26]

VRAAG 2

Die volgende meetkundige ry word gegee: 10 ; 5 ; 2,5 ; 1,25 ; ...

2.1 Bereken die waarde van die 5^{de} term, T_5, van hierdie ry. (2)

2.2 Bepaal die n^{de} term, T_n, in terme van n. (2)

2.3 Verduidelik waarom die oneindige reeks 10 + 5 + 2,5 + 1,25 + ... konvergeer. (2)

2.4 Bepaal $S_\infty - S_n$ in die vorm ab^n, waar S_n die som van die eerste n terme van die ry is. (4)

[10]

VRAAG 3

Beskou die reeks: $S_n = -3 + 5 + 13 + 21 + \ldots$ tot n terme.

3.1 Bepaal die algemene term van die reeks in die vorm $T_k = bk + c$. (2)

3.2 Skryf S_n in sigma-notasie. (2)

3.3 Toon aan dat $S_n = 4n^2 - 7n$. (3)

3.4 'n Ander ry word gedefinieer as:

$Q_1 = -6$
$Q_2 = -6 - 3$
$Q_3 = -6 - 3 + 5$
$Q_4 = -6 - 3 + 5 + 13$
$Q_5 = -6 - 3 + 5 + 13 + 21$

3.4.1 Skryf 'n numeriese uitdrukking vir Q_6 neer. (2)

3.4.2 Bereken die <u>waarde</u> van Q_{129}. (3)

[12]

VRAAG 4

Gegee: $f(x) = 2^{x+1} - 8$

4.1 Skryf die vergelyking van die asimptoot van f neer. (1)

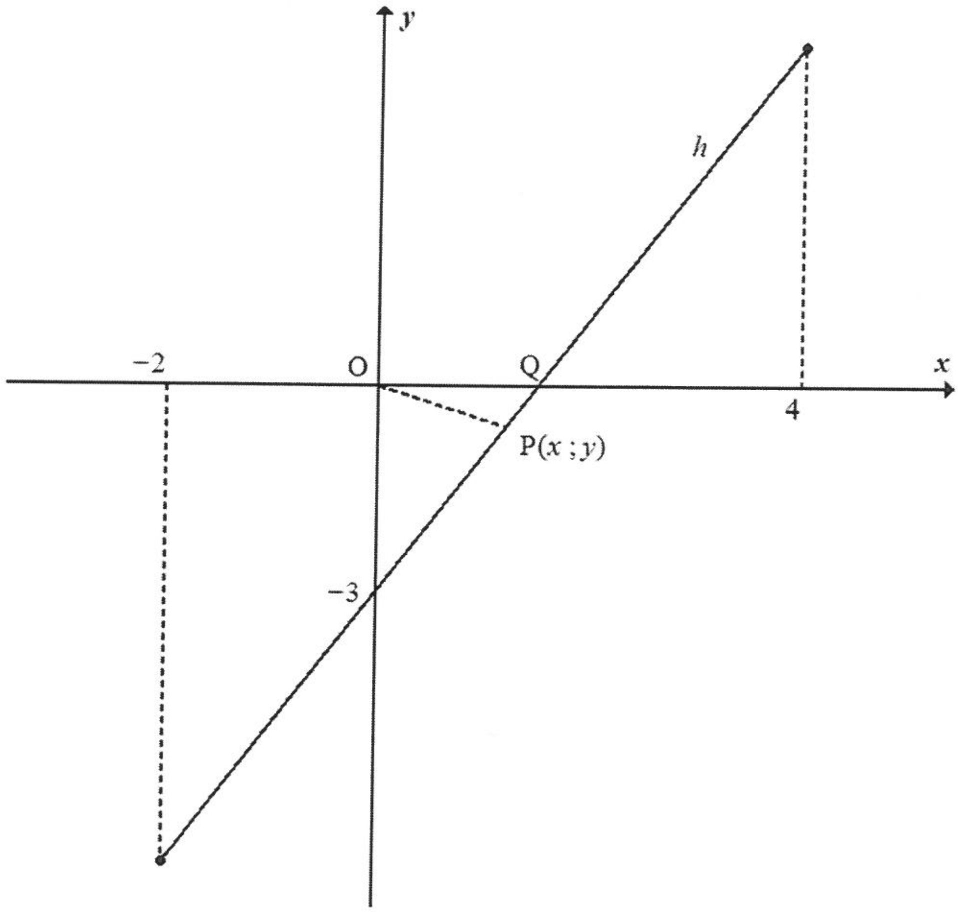
4.2 Skets die grafiek van f. Dui ALLE afsnitte met die asse asook die asimptoot duidelik aan. (4)

4.3 Die grafiek van g word verkry deur die grafiek van f in die y-as te reflekteer. Skryf die vergelyking van g neer. (1)

[6]

VRAAG 5

Gegee: $h(x)=2x-3$ vir $-2\le x\le 4$. Die x-afsnit van h is Q.



5.1 Bepaal die koördinate van Q. (2)

5.2 Skryf die definisieversameling van h^{-1} neer. (3)

5.3 Skets die grafiek van h^{-1} in jou ANTWOORDEBOEK, en dui die y-afsnit en die eindpunte duidelik aan. (3)

5.4 Vir watter waarde(s) van x sal $h(x)=h^{-1}(x)$? (3)

5.5 P(x ; y) is die punt op die grafiek van h wat die naaste aan die oorsprong is. Bereken die afstand OP. (5)

5.6 Gegee: $h(x)=f'(x)$ waar f 'n funksie is wat vir $-2\le x\le 4$ gedefinieer is.

5.6.1 Verduidelik waarom f 'n lokale minimum het. (2)

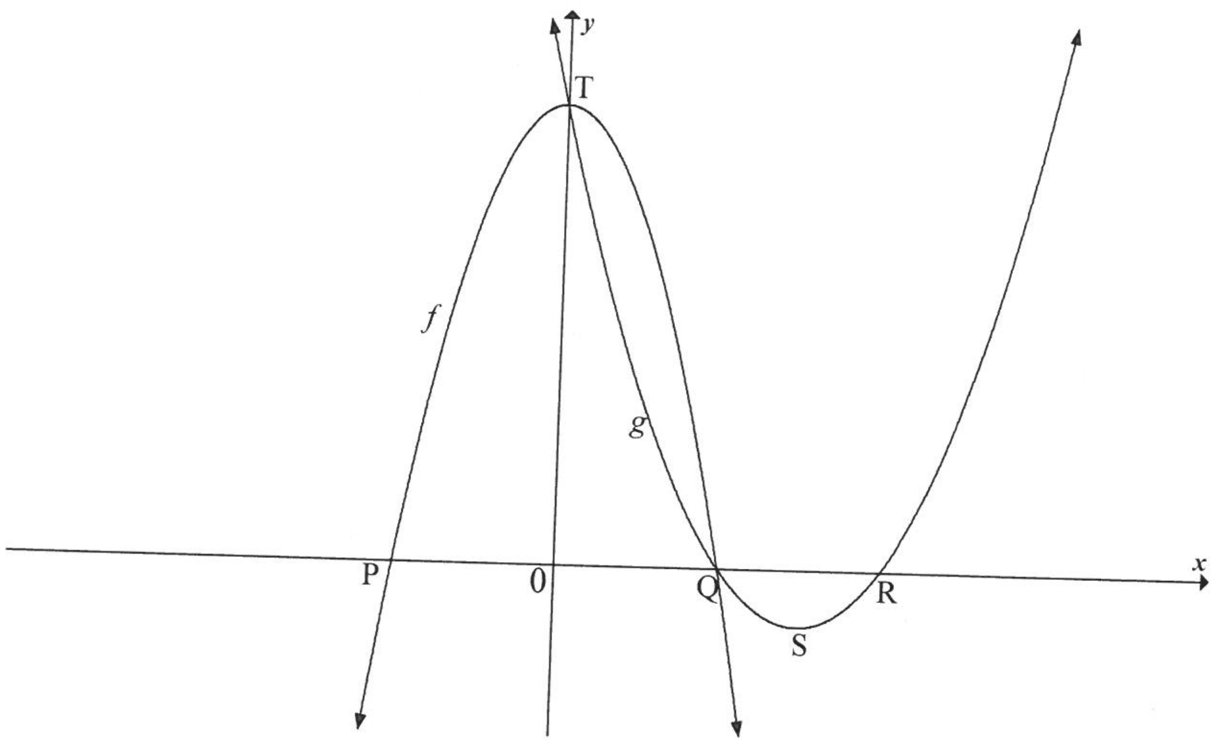
5.6.2 Skryf die waarde van die maksimum gradiënt van die raaklyn aan die grafiek van f neer. (1)

[19]

VRAAG 6

6.1 Die grafieke van $f(x) = -2x^2 + 18$ en $g(x) = ax^2 + bx + c$ is hieronder geskets.

Punt P en Q is die x-afsnitte van f. Punt Q en R is die x-afsnitte van g. S is die draaipunt van g. T is die y-afsnit van beide f en g.



6.1.1 Skryf die koördinate van T neer. (1)

6.1.2 Bepaal die koördinate van Q. (3)

6.1.3 Bepaal die koördinate van R, as dit gegee word dat $x = 4{,}5$ by S. (2)

6.1.4 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $g''(x) > 0$. (2)

6.2 Die funksie gedefinieer as $y = \dfrac{a}{x+p} + q$ het die volgende eienskappe:

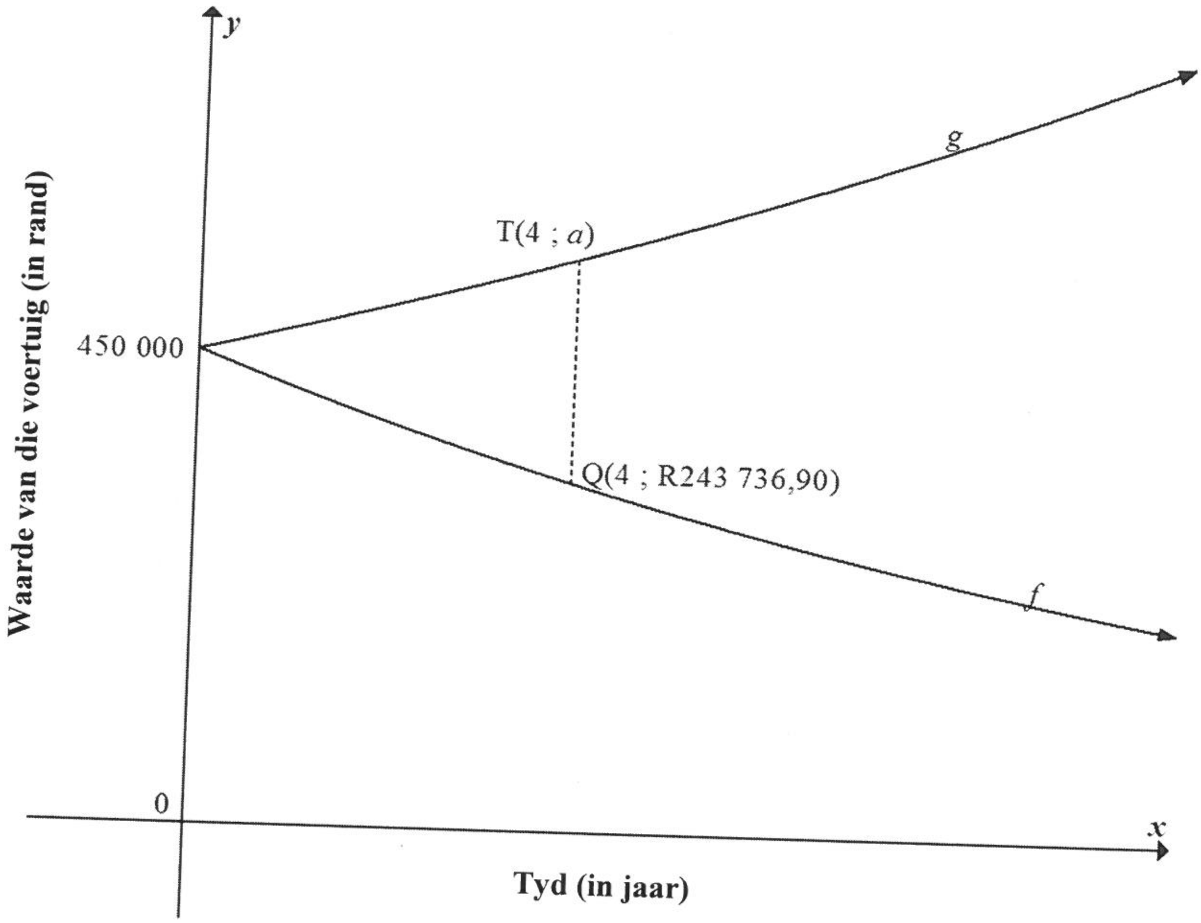
- Die definisieversameling is $x \in R$, $x \neq -2$.
- $y = x + 6$ is 'n simmetrie-as.
- Die funksie is stygend vir alle $x \in R$, $x \neq -2$.

Teken 'n netjiese sketsgrafiek van hierdie funksie. Jou skets moet die asimptote, indien enige, insluit. (4)

[12]

VRAAG 7

Die grafiek van f toon die boekwaarde van 'n voertuig x jaar nadat Joe dit gekoop het. Die grafiek van g toon die kosprys van 'n soortgelyke nuwe voertuig x jaar later.



7.1 Hoeveel het Joe vir die voertuig betaal? (1)

7.2 Gebruik die verminderdesaldo-metode om die persentasie jaarlikse waardeverminderingskoers te bereken van die voertuig wat Joe gekoop het. (4)

7.3 Indien die gemiddelde koers van die voertuig se prysverhoging 8,1% p.j. is, bereken die waarde van a. (3)

7.4 'n Voertuig wat tans R450 000 kos, moet aan die einde van 4 jaar vervang word. Die ou voertuig sal ingeruil word. 'n Delgingsfonds word geskep om die vervangingskoste van hierdie voertuig te dek. Betalings sal aan die einde van elke maand gemaak word. Die eerste betaling sal aan die einde van die 13^{de} maand gemaak word en die laaste betaling sal aan die einde van die 48^{ste} maand gemaak word. Die delgingsfonds verdien rente teen 'n koers van 6,2% p.j., maandeliks saamgestel.

Bereken die maandelikse betaling aan die fonds. (5)

[13]

VRAAG 8

8.1 As $f(x) = x^2 - 3x$, bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels. (5)

8.2 Bepaal:

8.2.1 $\frac{dy}{dx}$ as $y = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2$ (3)

8.2.2 $D_x\left(\frac{x^3 - 1}{x - 1}\right)$ (3)

[11]

VRAAG 9

Gegee: $h(x) = -x^3 + ax^2 + bx$ en $g(x) = -12x$. P en Q(2 ; 10) is die draaipunte van h. Die grafiek van h gaan deur die oorsprong.

9.1 Toon aan dat $a = \frac{3}{2}$ en $b = 6$. (5)

9.2 Bereken die gemiddelde gradiënt van h tussen P en Q, indien dit gegee word dat $x = -1$ by P. (4)

9.3 Toon aan dat die konkawiteit van h by $x = \frac{1}{2}$ verander. (3)

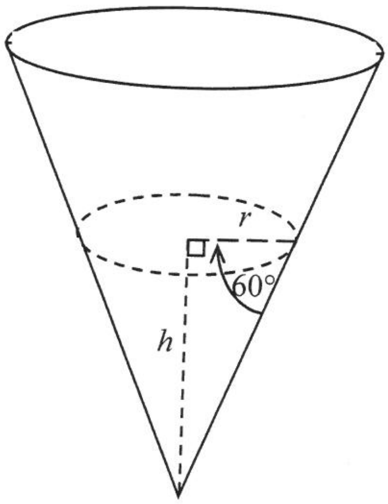
9.4 Verduidelik die betekenis van die verandering in VRAAG 9.3 met betrekking tot h. (1)

9.5 Bepaal die waarde van x, gegee $x < 0$, waar die raaklyn aan h ewewydig aan g is. (4)

[17]

VRAAG 10

'n Reënmeter is in die vorm van 'n keël. Water vloei in die meter in. Die hoogte van die water is h cm wanneer die radius r cm is. Die hoek tussen die rand van die keël en die radius is 60°, soos in die diagram hieronder getoon.



Formules vir volume:

$$V = \pi r^2 h \qquad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = lbh \qquad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

10.1 Bepaal r in terme van h. Laat jou antwoord in wortelvorm. (2)

10.2 Bepaal die afgeleide van die volume water met betrekking tot h wanneer h gelyk aan 9 cm is. (5)

[7]

VRAAG 11

11.1 Vir twee gebeurtenisse, A en B, word gegee dat:

$P(A) = 0,2$
$P(B) = 0,63$
$P(A \text{ en } B) = 0,126$

Is die gebeurtenisse, A en B, onafhanklik? Motiveer jou antwoord met toepaslike berekeninge. (3)

11.2 Die letters van die woord DECIMAL word willekeurig gerangskik om 'n nuwe 'woord', wat ook uit sewe letters bestaan, te vorm. Hoeveel verskillende rangskikkings is moontlik as:

11.2.1 Letters herhaal mag word (2)

11.2.2 Letters nie herhaal mag word nie (2)

11.2.3 Die rangskikkings met 'n klinker moet begin en met 'n konsonant moet eindig en geen herhaling van letters toegelaat word nie (4)

11.3 Daar is t oranje balle en 2 geel balle in 'n sak. Craig kies een bal willekeurig uit die sak, teken sy keuse aan en plaas die bal terug in die sak. Hy kies daarna 'n tweede bal willekeurig uit die sak, teken sy keuse aan en plaas die bal terug in die sak. Dit is bekend dat die waarskynlikheid dat Craig twee balle van dieselfde kleur uit die sak sal kies, 52% is.

Bereken hoeveel oranje balle daar in die sak is. (6)
[17]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}\ ;\ r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r};\ -1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

oppervlakte $\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$