basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2018

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 31 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik in die beantwoording van die vrae, duidelik aan.

4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

5. Jy kan 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders gemeld.

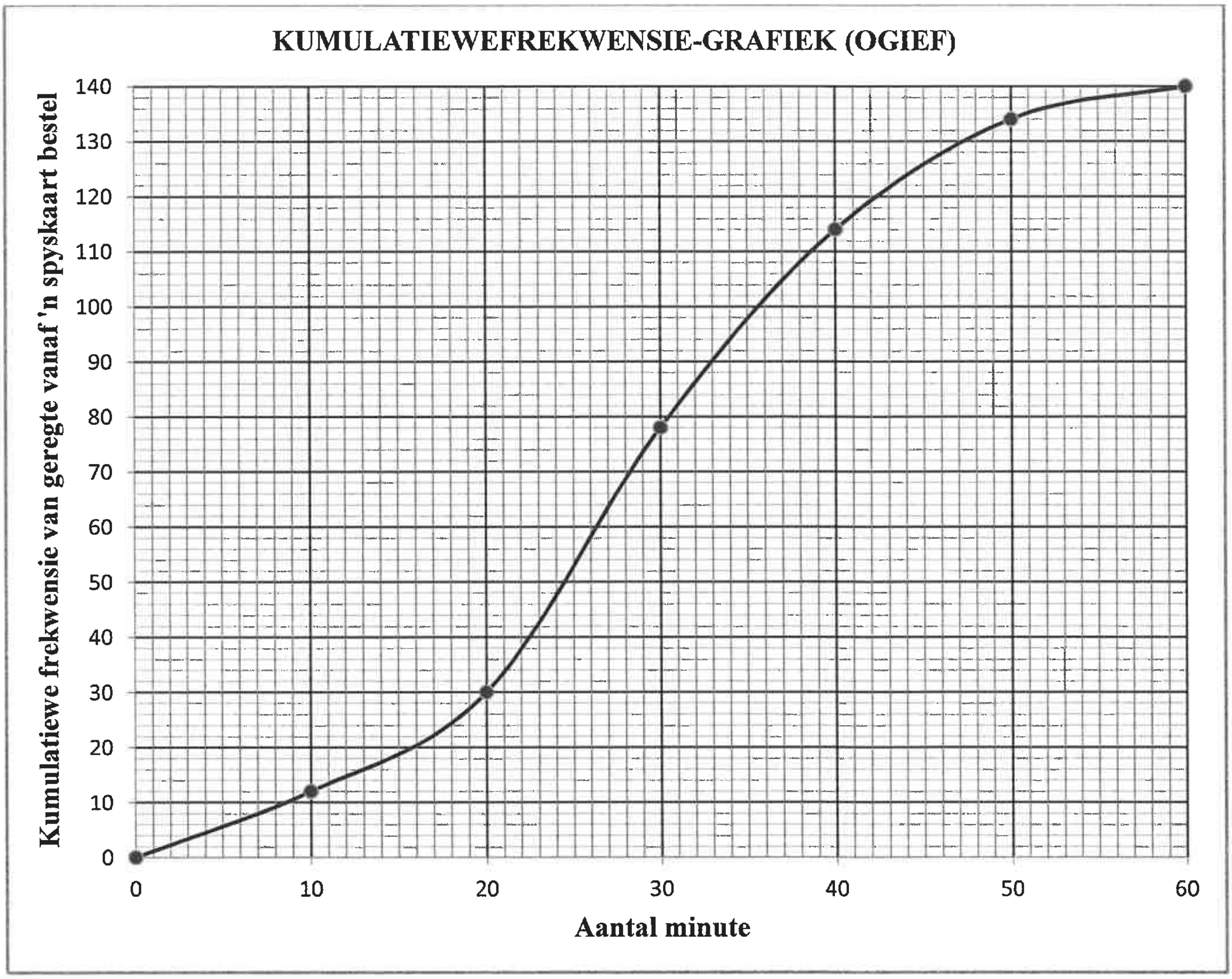
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Die kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief) hieronder toon die totale aantal geregte wat oor 'n tydperk van 1 uur vanaf 'n spyskaart bestel is.



1.1.1 Skryf die totale aantal voedselitems neer wat gedurende hierdie uur vanaf die spyskaart bestel is. (1)

1.1.2 Skryf die modale klas van die data neer. (1)

1.1.3 Hoe lank het dit geneem om die eerste 30 voedselitems te bestel? (1)

1.1.4 Hoeveel voedselitems is in die laaste 15 minute bestel? (2)

1.1.5 Bepaal die 75$^{\text{ste}}$ persentiel van die data. (2)

1.1.6 Bereken die interkwartielvariasiewydte(-omvang) van die data. (2)

1.2 Reggie werk deeltyds as 'n kelner by 'n plaaslike restaurant. Die bedrag geld (in rand) wat hy oor 'n tydperk van 15 dae met fooitjies ('tips') gemaak het, word hieronder gegee.

35	70	75	80	80
90	100	100	105	105
110	110	115	120	125

1.2.1 Bereken:

(a) Die gemiddeld van die data (2)

(b) Die standaardafwyking van die data (2)

1.2.2 Marie werk ook deeltyds as 'n kelnerin by dieselfde restaurant. Oor dieselfde 15 dag-tydperk het Mary dieselfde gemiddelde bedrag met fooitjies as Reggie ingesamel, maar haar standaardafwyking was R14.

Gebruik die beskikbare inligting en lewer kommentaar op die:

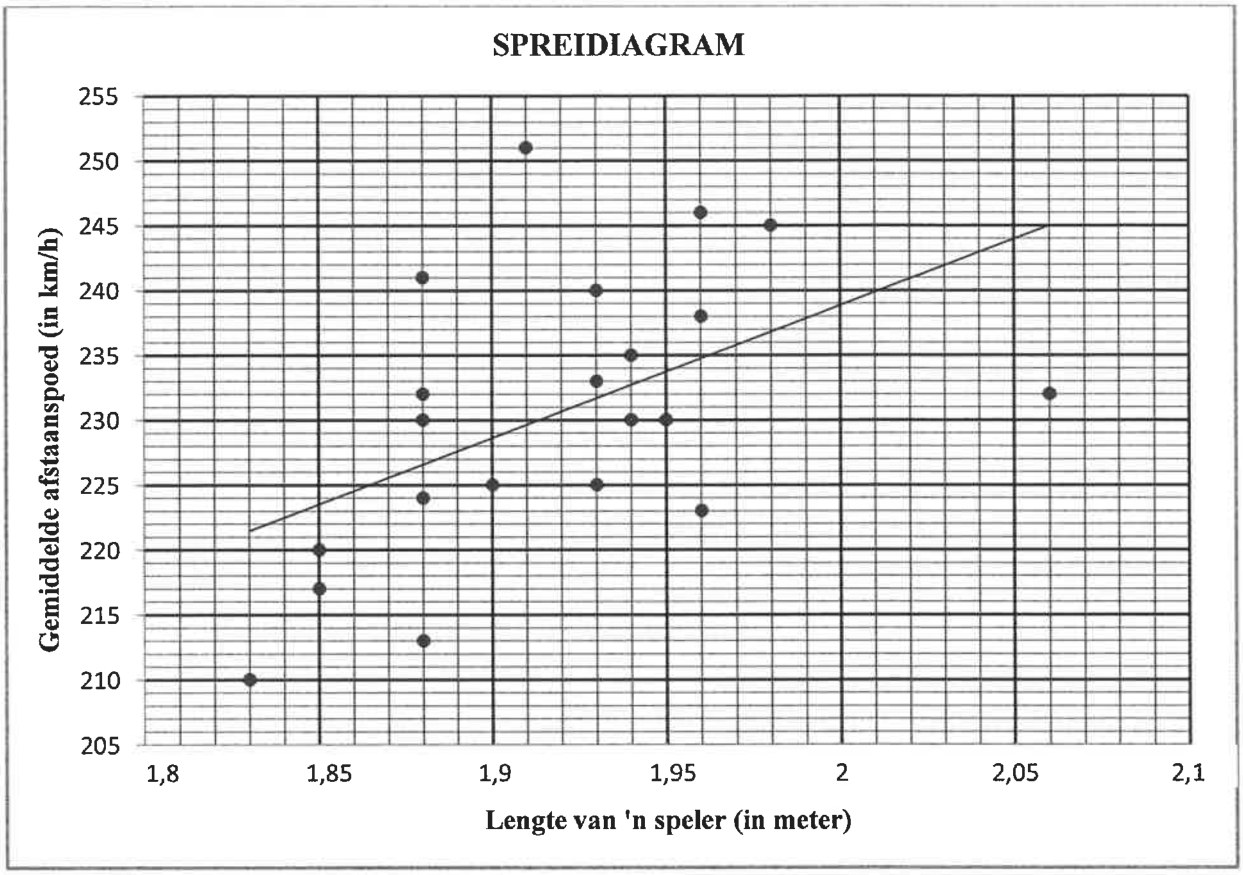
(a) Totale bedrag in fooitjies wat ELKEEN van hulle oor die 15 dag-tydperk ingesamel het (1)

(b) Verspreiding wat ELKEEN van hulle met daaglikse fooitjies oor hierdie tydperk ontvang het (1)

[15]

VRAAG 2

'n Bekende vraag onder professionele tennisspelers is of die spoed van 'n tennisafslaan (in km/h) van die lengte van 'n speler (in meter) afhang. Die lengtes van 21 tennisspelers en die gemiddelde spoed van hulle afslane is tydens 'n toernooi aangeteken. Die data word in die spreidiagram hieronder voorgestel. Die kleinstekwadrate-regressielyn is ook getrek.



2.1 Skryf die vinnigste gemiddelde afslaanspoed (in km/h) wat in hierdie toernooi bereik is, neer. (1)

2.2 Beskou die volgende korrelasiekoëffisiënte:

A. $r = 0{,}93$ B. $r = -0{,}42$ C. $r = 0{,}52$

2.2.1 Watter EEN van die korrelasiekoëffisiënte gegee, pas die beste by die geplotte data? (1)

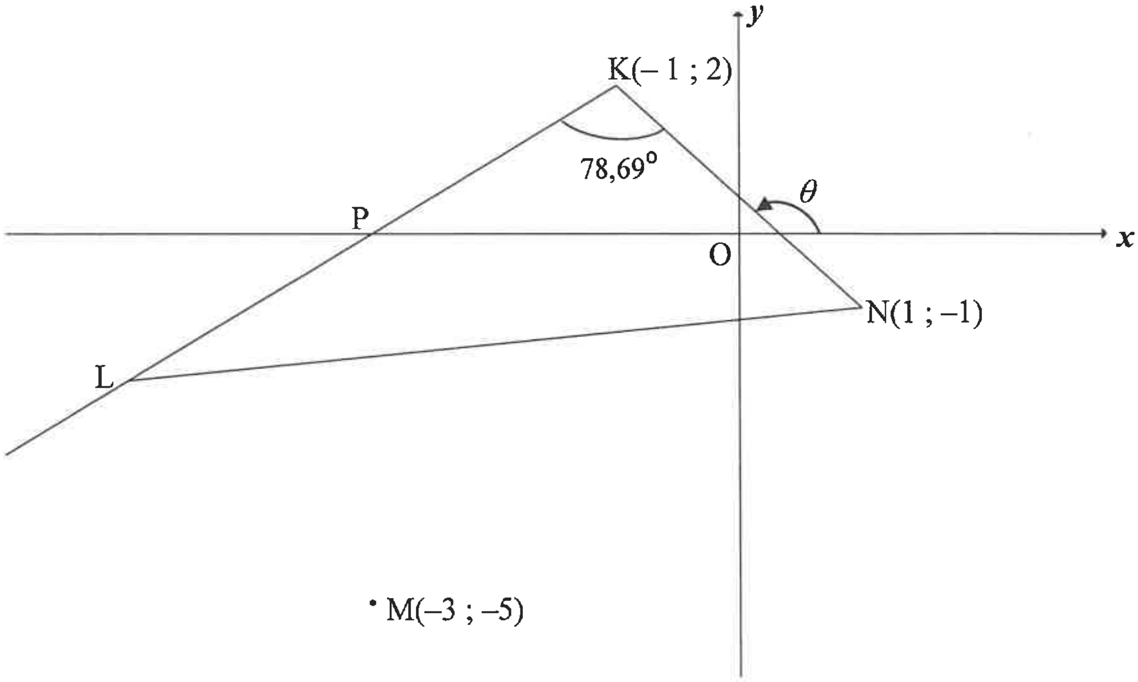
2.2.2 Gebruik die spreidiagram en kleinstekwadrate-regressielyn om jou antwoord op VRAAG 2.2.1 te motiveer. (1)

2.3 Waarop dui die data ten opsigte van die spoed van 'n tennisafslaan (in km/h) en die lengte van 'n speler (in meter)? (1)

2.4 Die vergelyking van die regressielyn word as $\hat{y} = 27{,}07 + bx$ gegee.
Verduidelik waarom, in hierdie konteks, die kleinstekwadrate-regressielyn NIE die y-as by $(0\ ;\ 27{,}07)$ kan sny NIE. (1)
[5]

VRAAG 3

In die diagram is K(– 1 ; 2), L en N(1 ; – 1) hoekpunte van ΔKLN sodat L$\hat{K}$N = 78,69°. KL sny die x-as by P. KL word verleng. Die inklinasie van KN is θ. Die koördinate van M is (–3 ; –5).



3.1 Bereken:

3.1.1 Die gradiënt van KN (2)

3.1.2 Die grootte van θ, die inklinasie van KN (2)

3.2 Toon dat die gradiënt van KL gelyk is aan 1. (2)

3.3 Bepaal die vergelyking van die reguitlyn KL in die vorm $y = mx + c$. (2)

3.4 Bereken die lengte van KN. (2)

3.5 Daar word verder gegee dat KN = LM.

3.5.1 Bereken die moontlike koördinate van L. (5)

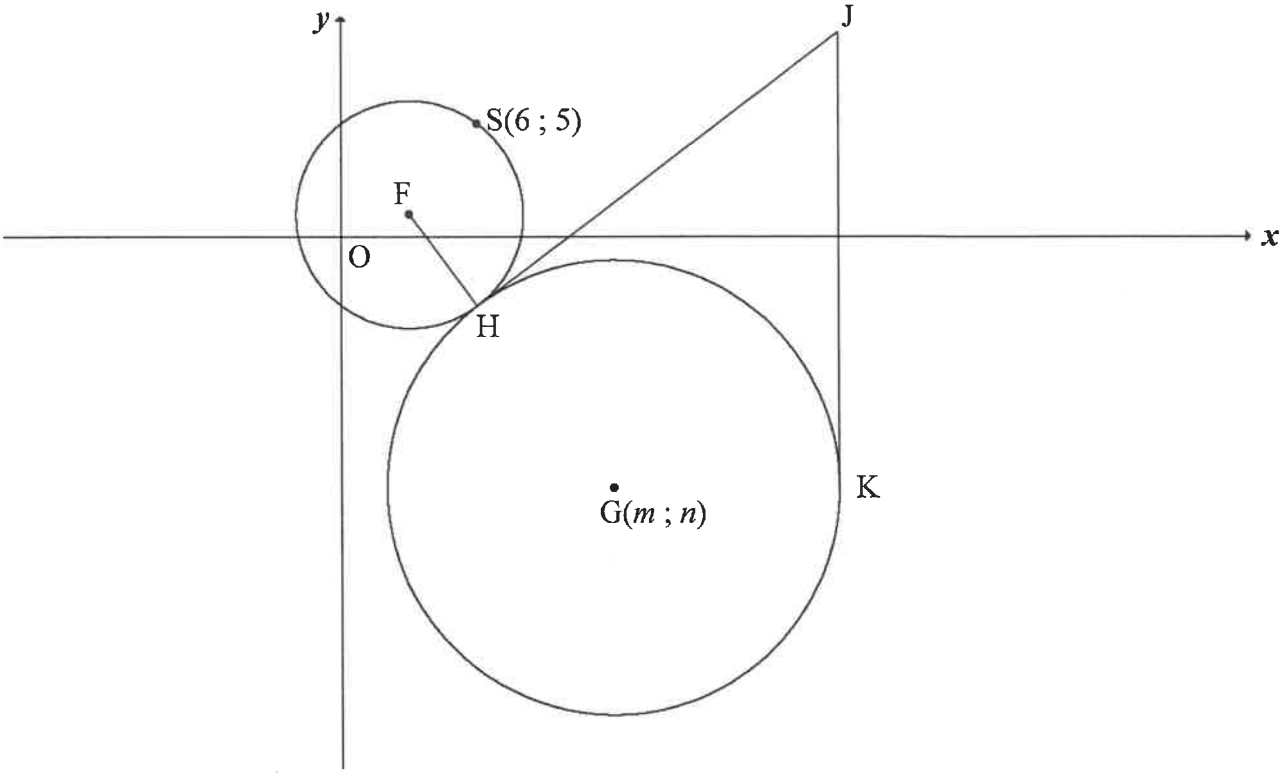
3.5.2 Bepaal die koördinate van L as gegee word dat KLMN 'n parallelogram is. (3)

3.6 T is 'n punt op KL verleng. TM word so getrek dat TM = LM. Bereken die oppervlakte van ΔKTN. (4)

[22]

VRAAG 4

In die diagram is $(x-3)^2+(y-1)^2=r^2$ die vergelyking van die sirkel met middelpunt F. S(6 ; 5) is 'n punt op die sirkel met middelpunt F. 'n Ander sirkel met middelpunt G(m ; n) in die 4$^{\text{de}}$ kwadrant raak die sirkel met middelpunt F, by H sodat FH : HG = 1 : 2. Die punt J lê in die eerste kwadrant sodat HJ 'n gemeenskaplike raaklyn aan beide hierdie sirkels is. JK is 'n raaklyn aan die groter sirkel by K.



4.1 Skryf die koördinate van F neer. (2)

4.2 Bereken die lengte van FS. (2)

4.3 Skryf die lengte van HG neer. (1)

4.4 Gee 'n rede waarom JH = JK. (1)

4.5 Bepaal:

4.5.1 Die afstand FJ, met redes, as gegee word dat JK = 20 (4)

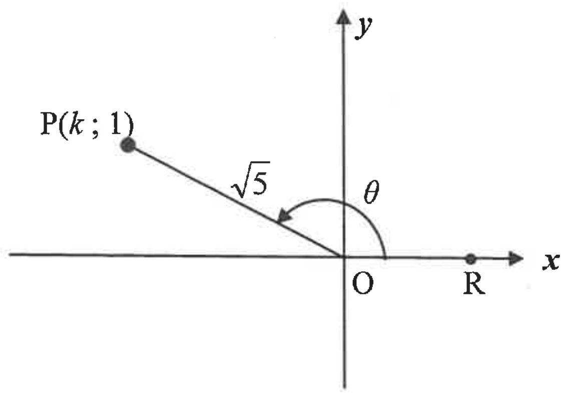
4.5.2 Die vergelyking van die sirkel met middelpunt G in terme van m en n in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (1)

4.5.3 Die koördinate van G, indien verder gegee word dat die vergelyking van die raaklyn JK aan $x=22$ (7)

[18]

VRAAG 5

5.1 In die diagram is $P(k\,;\,1)$ 'n punt in die 2^{de} kwadrant en is $\sqrt{5}$ eenhede vanaf die oorsprong. R is 'n punt op die positiewe x-as en stomphoek $\hat{ROP} = \theta$.



5.1.1 Bereken die waarde van k. (2)

5.1.2 **Sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**, bereken die waarde van:

(a) $\tan\theta$ (1)

(b) $\cos(180° + \theta)$ (2)

(c) $\sin(\theta + 60°)$ in die vorm $\dfrac{a+b}{\sqrt{20}}$ (5)

5.1.3 **Gebruik 'n sakrekenaar** om die waarde van $\tan(2\theta - 40°)$ korrek tot EEN desimale plek te bereken. (3)

5.2 Bewys die volgende identiteit: $\dfrac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} - \dfrac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = 2\tan 2x$ (5)

5.3 Evalueer, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**: $\displaystyle\sum_{A=38°}^{52°} \cos^2 A$ (5)

[23]

VRAAG 6

Beskou: $f(x) = -2\tan\frac{3}{2}x$

6.1 Skryf die periode van f neer. (1)

6.2 Die punt $A(t\,;2)$ lê op die grafiek. Bepaal die algemene oplossing van t. (3)

6.3 Op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is, skets die grafiek van f vir die interval $x \in [-120°\,;180°]$. Toon duidelik ALLE asimptote, afsnitte met die asse en eindpunt(e) van die grafiek aan. (4)

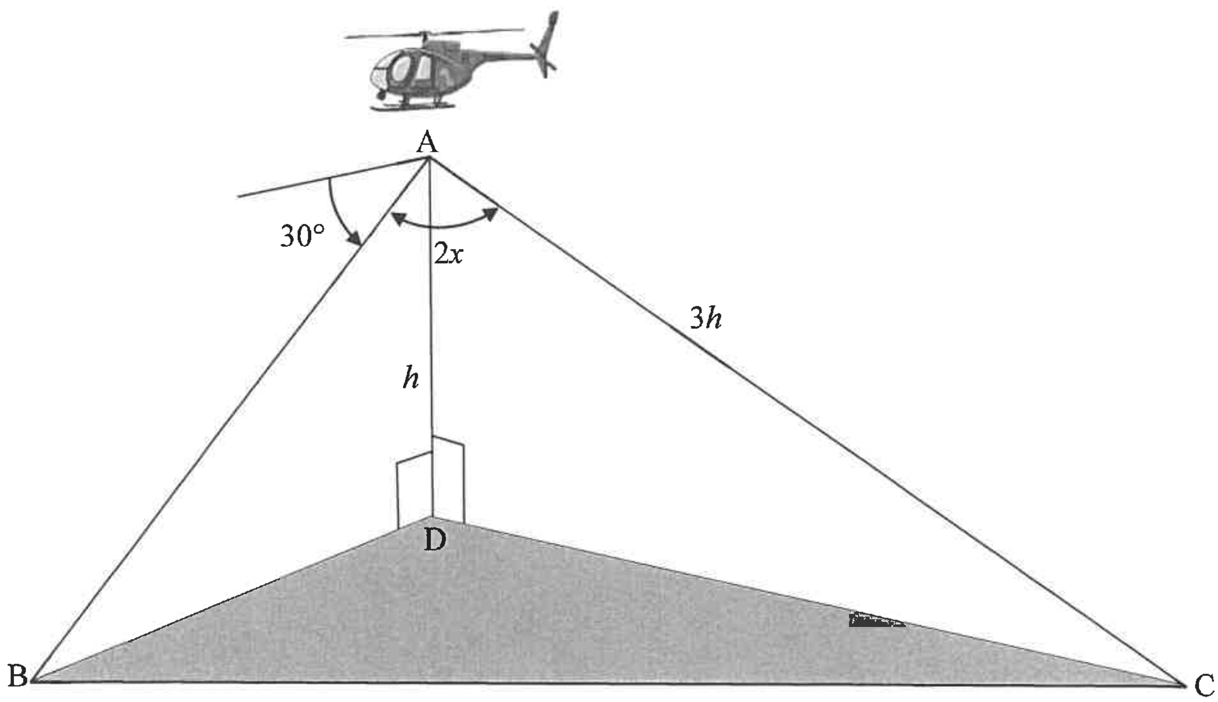
6.4 Gebruik die grafiek om te bepaal vir watter waarde(s) van x is $f(x) \geq 2$ vir $x \in [-120°\,;180°]$. (3)

6.5 Beskryf die transformasie van grafiek f om die grafiek van $g(x) = -2\tan\left(\frac{3}{2}x + 60°\right)$ te vorm. (2)

[13]

VRAAG 7

'n Loods vlieg in 'n helikopter. By punt A, wat h meter direk bokant punt D op die grond is, neem hy 'n vreemde voorwerp by punt B waar. Die loods bepaal dat die dieptehoek vanaf A na B, $30°$ is. Hy bepaal ook dat die kontrolekamer by punt C, $3h$ meter vanaf A is en dat $B\hat{A}C = 2x$. Punte B, C en D is in dieselfde horisontale vlak. Hierdie scenario word in die diagram hieronder getoon.



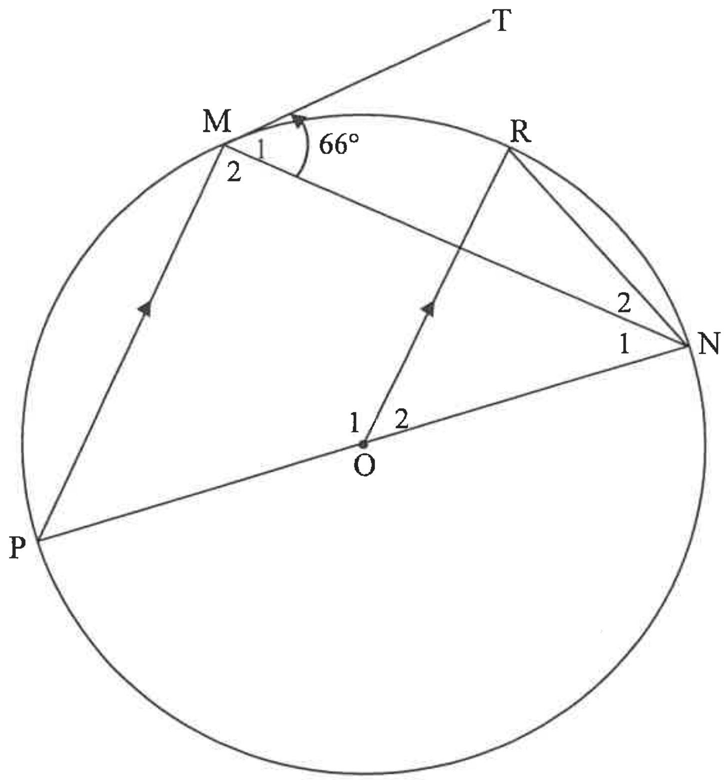
7.1 Bepaal die afstand AB in terme van h. (2)

7.2 Toon dat die afstand tussen die vreemde voorwerp by punt B en die kontrolekamer by punt C deur $BC = h\sqrt{25 - 24\cos^2 x}$ gegee word. (4)

[6]

VRAAG 8

8.1 PON is 'n middellyn van die sirkel met middelpunt O. TM is 'n raaklyn aan die sirkel by M, 'n punt op die sirkel. R is 'n ander punt op die sirkel sodat OR || PM. NR en MN is getrek. Laat $\hat{M}_1 = 66°$.



Bereken, met redes, die grootte van ELK van die volgende hoeke:

8.1.1 $\hat{P}$ (2)

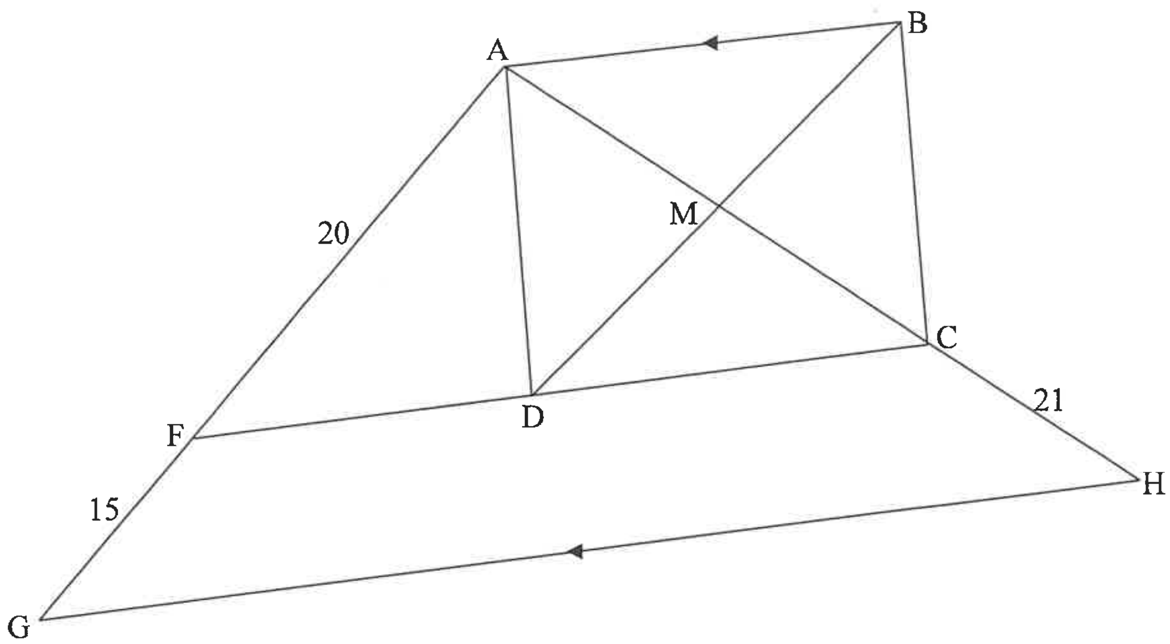
8.1.2 $\hat{M}_2$ (2)

8.1.3 $\hat{N}_1$ (1)

8.1.4 $\hat{O}_2$ (2)

8.1.5 $\hat{N}_2$ (3)

8.2 In die diagram is ΔAGH geskets. F en C is punte op AG en AH onderskeidelik sodat $AF = 20$ eenhede, $FG = 15$ eenhede en $CH = 21$ eenhede. D is 'n punt op FC sodat ABCD 'n reghoek is met AB, ook ewewydig aan GH. Die hoeklyne van ABCD sny by M, 'n punt op AH.

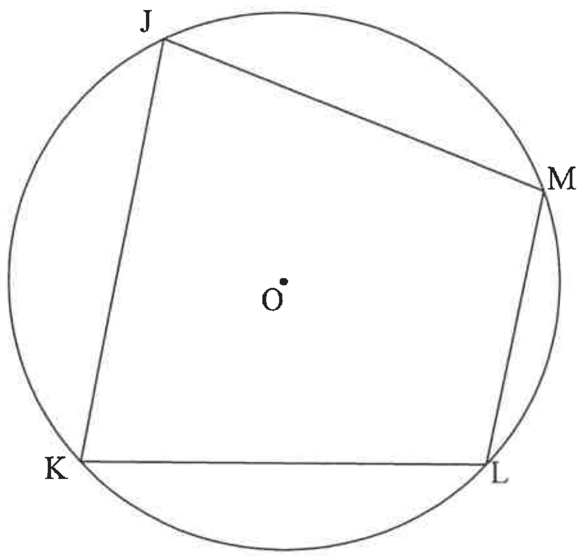


8.2.1 Verduidelik waarom $FC \parallel GH$. (1)

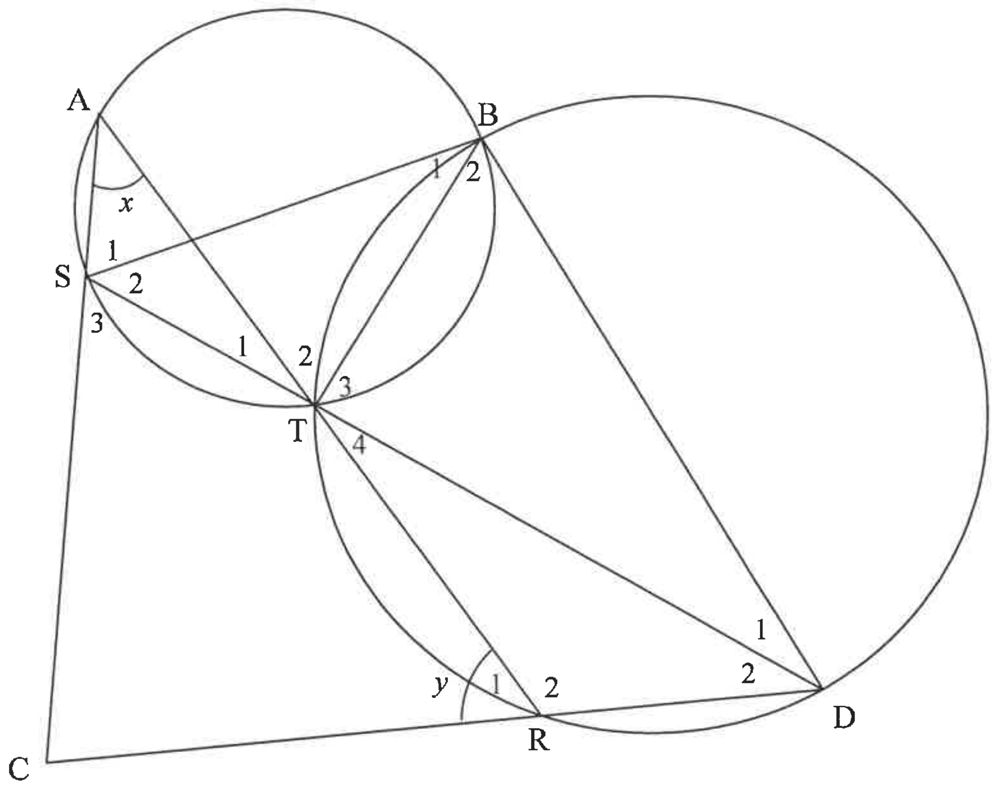
8.2.2 Bereken, met redes, die lengte van DM. (5)
[16]

VRAAG 9

9.1 In die diagram is JKLM 'n koordevierhoek en die sirkel het middelpunt O.
Bewys die stelling wat beweer dat $\hat{J} + \hat{L} = 180°$. (5)



9.2 In die diagram word 'n kleiner sirkel ABTS en 'n groter sirkel BDRT gegee. BT is 'n gemeenskaplike koord. Reguitlyne STD en ATR is getrek. Koorde AS en DR word verleng om mekaar in C, 'n punt buite die twee sirkels, te sny. BS en BD is getrek. $\hat{A} = x$ en $\hat{R}_1 = y$.



9.2.1 Noem, met 'n rede, 'n ander hoek gelyk aan:

(a) x (2)

(b) y (2)

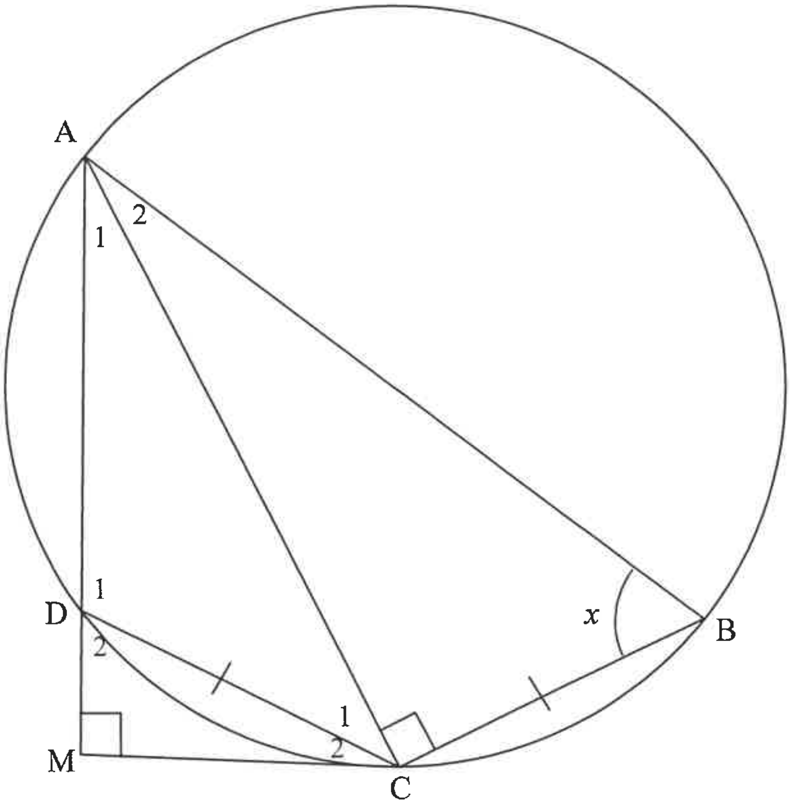
9.2.2 Bewys dat SCDB 'n koordevierhoek is. (3)

9.2.3 Daar word verder gegee dat $\hat{D}_2 = 30°$ en $A\hat{S}T = 100°$.
Bewys dat SD nie 'n middellyn van sirkel BDS is nie. (4)

[16]

VRAAG 10

In die diagram is ABCD 'n koordevierhoek met $AC \perp CB$ en $DC = CB$. AD is verleng na M sodat $AM \perp MC$. Laat $\hat{B} = x$.



10.1 Bewys dat:

10.1.1 MC 'n raaklyn aan die sirkel by C is (5)

10.1.2 $\Delta ACB \parallel\!| \Delta CMD$ (3)

10.2 Bewys vervolgens, of andersins, dat:

10.2.1 $\dfrac{CM^2}{DC^2} = \dfrac{AM}{AB}$ (6)

10.2.2 $\dfrac{AM}{AB} = \sin^2 x$ (2)

[16]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$