basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

FEBRUARIE/MAART 2017

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 28 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel begin beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik duidelik aan.

4. Antwoorde alleenlik sal nie noodwendig volpunte verdien nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

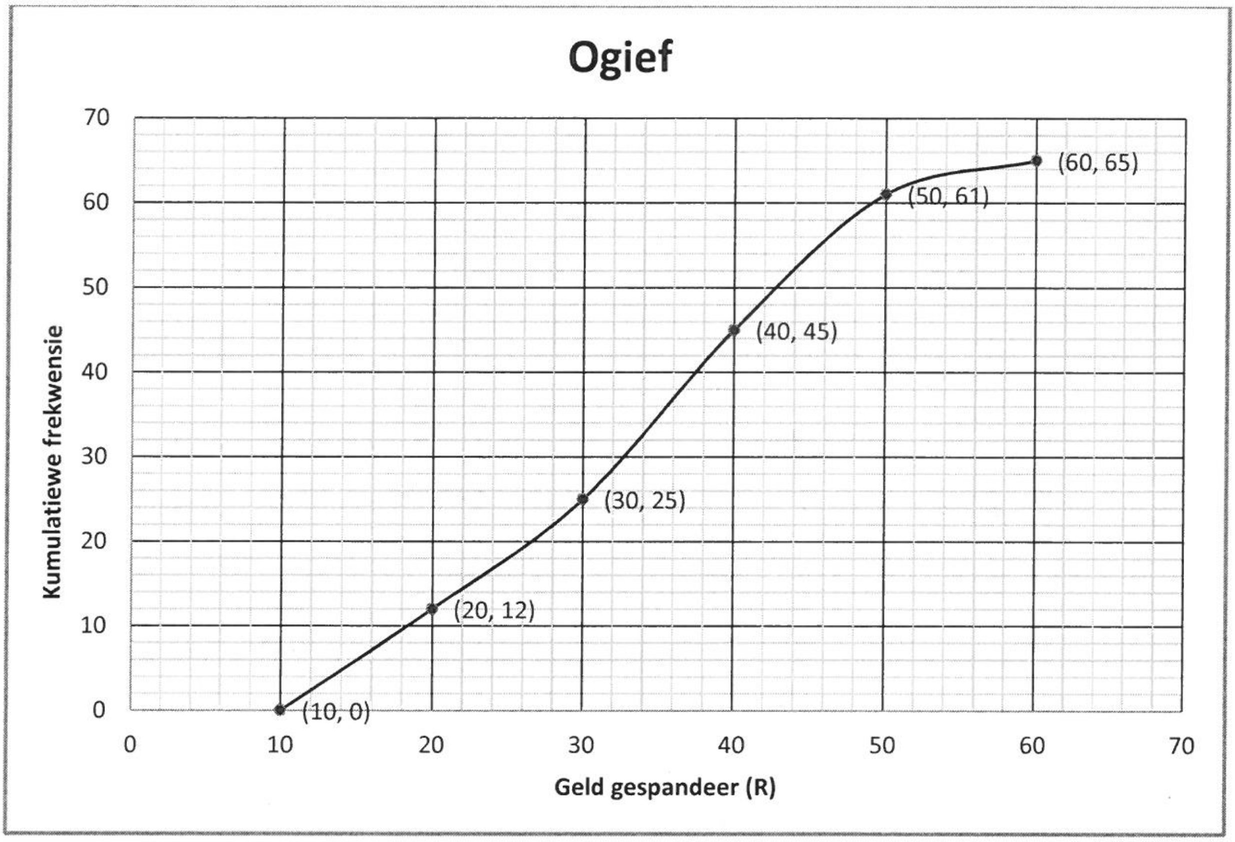
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die bedrag geld, in rand, wat leerders op 'n spesifieke dag by die skool se snoepwinkel spandeer het, is aangeteken. Die data word in die ogief hieronder voorgestel.



'n Onvoltooide frekwensietabel van die data word ook gegee.

Bedrag geld (in R)	$10 \leq x < 20$	$20 \leq x < 30$	$30 \leq x < 40$	$40 \leq x < 50$	$50 \leq x < 60$
Frekwensie	a	13	20	b	4

1.1 Hoeveel leerders het die snoepwinkel daardie dag besoek? (1)

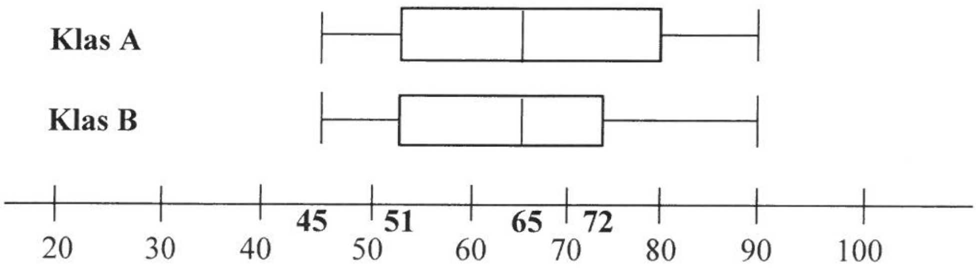
1.2 Skryf die modale klas van hierdie data neer. (1)

1.3 Bepaal die waardes van a en b in die frekwensietabel. (2)

1.4 Gebruik die ogief om die getal leerders te skat wat op die dag wat die data aangeteken is, ten minste R45 by die snoepwinkel spandeer het. (2)
[6]

VRAAG 2

2.1 Mev. Smith het twee klasse van 30 leerders elk. Hulle finale punte (uit 100) vir die jaar word in die mond-en-snordiagram hieronder aangetoon.



2.1.1 Bepaal die interkwartielomvang (interkwartielvariasiewydte) van Klas B. (2)

2.1.2 Verduidelik die betekenis van die verskil in lengte van die monde in die diagram. (2)

2.1.3 Mev. Smith het die resultate bestudeer en beweer dat daar geen wesenlike verskil in die prestasie van die twee klasse is nie. Gee TWEE redes wat jy dink mev. Smith sal gebruik om haar bewering te staaf. (2)

2.2 Agt pare het vir 'n danskompetisie ingeskryf. Twee beoordelaars het punte vir hulle vertonings gegee. Die punte (uit 20) word in die tabel hieronder gegee.

PAAR	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
BEOORDELAAR 1	18	4	6	8	5	12	10	14
BEOORDELAAR 2	15	6	3	5	5	14	8	15

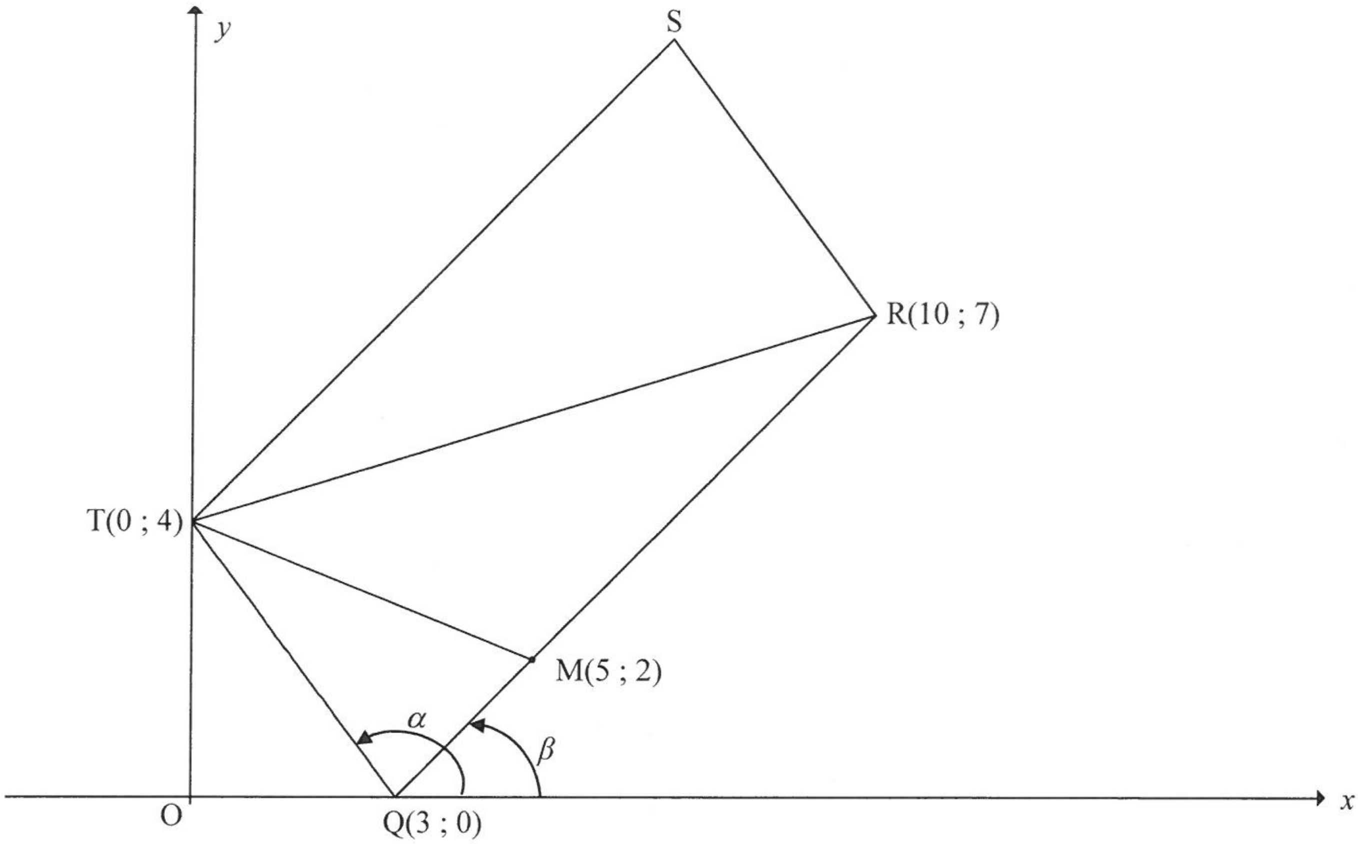
2.2.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn van die punte wat die twee beoordelaars gegee het. (3)

2.2.2 'n Negende paar het laat vir die kompetisie ingeskryf en ontvang 'n punt van 15 by BEOORDELAAR 1. Skat die punt, tot die naaste heeltallige waarde, wat hulle moontlik by BEOORDELAAR 2 ontvang het. (2)

2.2.3 Is die beoordelaars konsekwent in die toekenning van punte vir die vertonings van die pare? Bewys jou antwoord en ondersteun dit met toepaslike statistiek. (2)
[13]

VRAAG 3

In die diagram is Q(3 ; 0), R(10 ; 7), S en T(0 ; 4) hoekpunte van parallelogram QRST. Vanaf T word 'n reguitlyn getrek om QR by M(5 ; 2) te ontmoet. Die inklinasiehoeke van TQ en RQ is onderskeidelik α en β.



3.1 Bereken die gradiënt van TQ. (1)

3.2 Bereken die lengte van RQ. Laat jou antwoord in wortelvorm. (2)

3.3 F(k ; –8) is 'n punt op die Cartesiese vlak sodat T, Q en F saamlynig is. Bereken die waarde van k. (4)

3.4 Bereken die koördinate van S. (4)

3.5 Bereken die grootte van $T\hat{S}R$. (6)

3.6 Bereken, in die eenvoudigste vorm, die verhouding van:

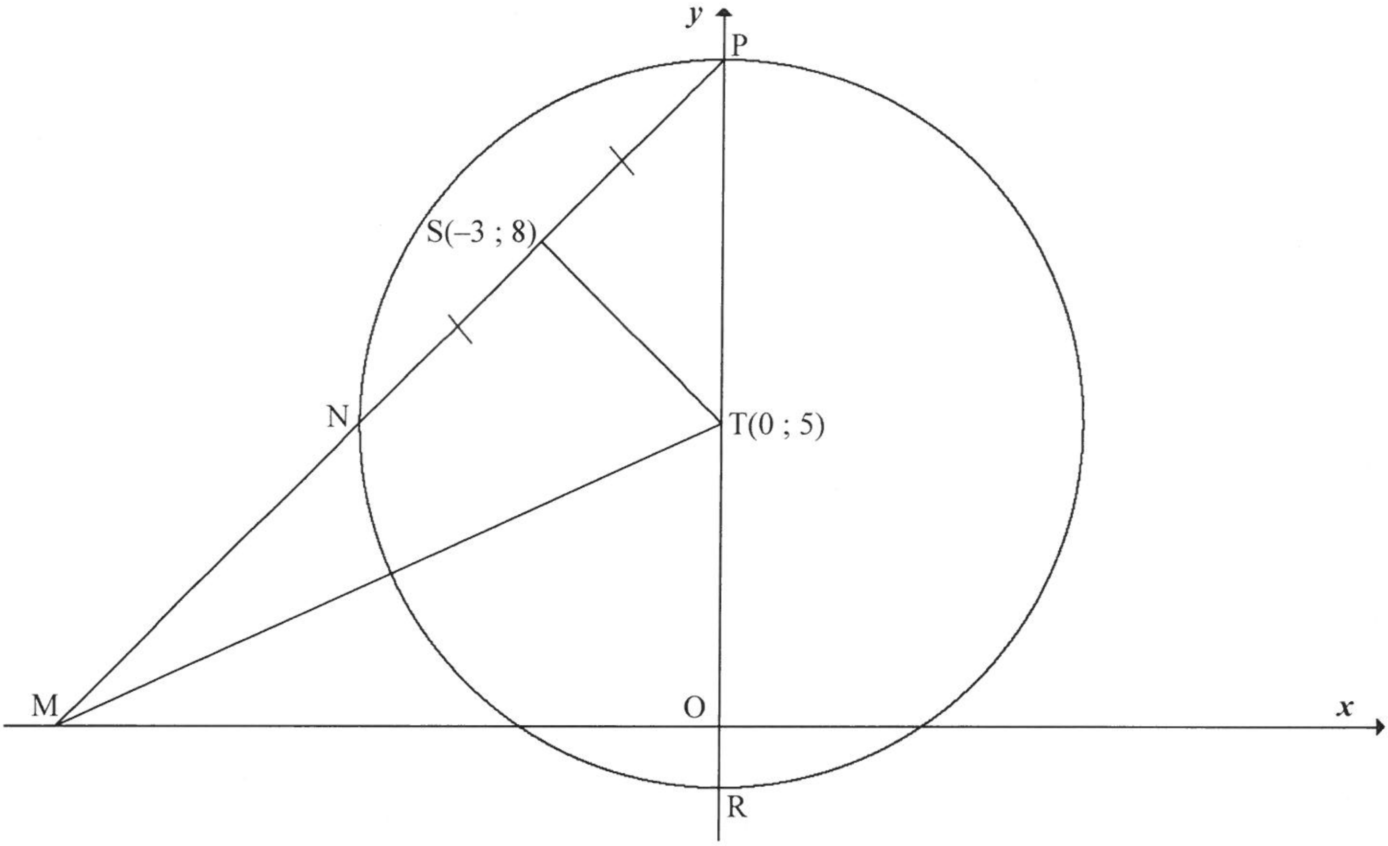
3.6.1 $\dfrac{MQ}{RQ}$ (3)

3.6.2 $\dfrac{\text{oppervlakte van } \Delta TQM}{\text{oppervlakte van parallelogram RQTS}}$ (3)

[23]

VRAAG 4

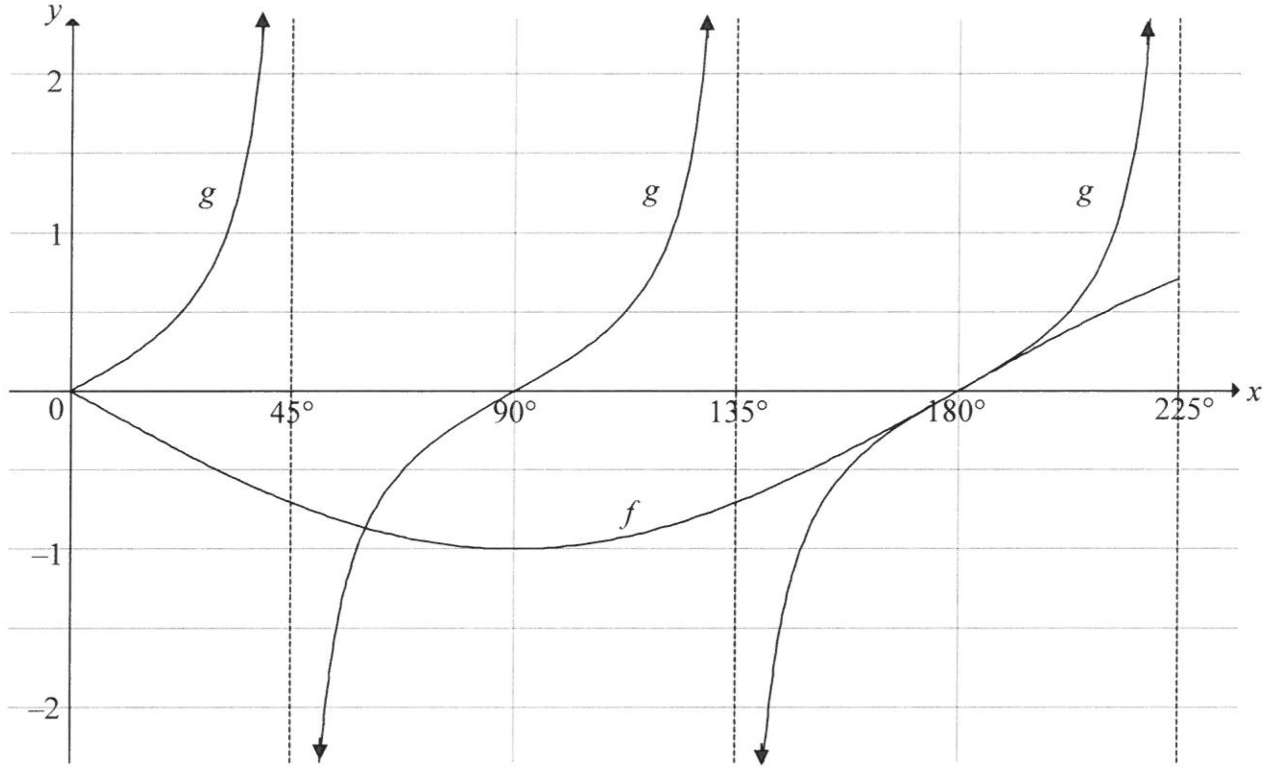
In die diagram sny die sirkel met middelpunt T(0 ; 5) die y-as by P en R. Die lyn deur P en S(–3 ; 8) sny die sirkel by N en die x-as by M. NS = PS. MT word getrek.



4.1	Gee 'n rede waarom TS $\perp$ NP.	(1)
4.2	Bepaal die vergelyking van die lyn deur N en P in die vorm $y = mx + c$.	(5)
4.3	Bepaal die vergelykings van die raaklyne aan die sirkel, ewewydig aan die x-as.	(4)
4.4	Bepaal die lengte van MT.	(4)
4.5	'n Ander sirkel word deur die punte S, T en M getrek. Bepaal, met redes, die vergelyking van hierdie sirkel STM in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.	(5) **[19]**

VRAAG 5

In die diagram word die grafieke van die funksies $f(x) = a \sin x$ en $g(x) = \tan bx$ op dieselfde assestelsel geskets vir die interval $0° \leq x \leq 225°$.



5.1 Skryf die waardes van a en b neer. (2)

5.2 Skryf die periode van $f(3x)$ neer. (2)

5.3 Bepaal die waardes van x in die interval $90° \leq x \leq 225°$ waarvoor $f(x).g(x) \leq 0$. (3)

[7]

VRAAG 6

6.1 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, bepaal die volgende in terme van $\sin 36°$:

6.1.1 $\sin 324°$ (1)

6.1.2 $\cos 72°$ (2)

6.2 Bewys die identiteit: $1-\dfrac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\cos^2\theta$ (4)

6.3 Gebruik VRAAG 6.2 om die algemene oplossing van die volgende te bepaal:

$$1-\frac{\tan^2\frac{1}{2}x}{1+\tan^2\frac{1}{2}x}=\frac{1}{4}$$

(6)

6.4 Gegee: $\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$

6.4.1 Gebruik die formule van $\cos(A-B)$ en lei 'n formule vir $\sin(A-B)$ af. (4)

6.4.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, toon aan dat

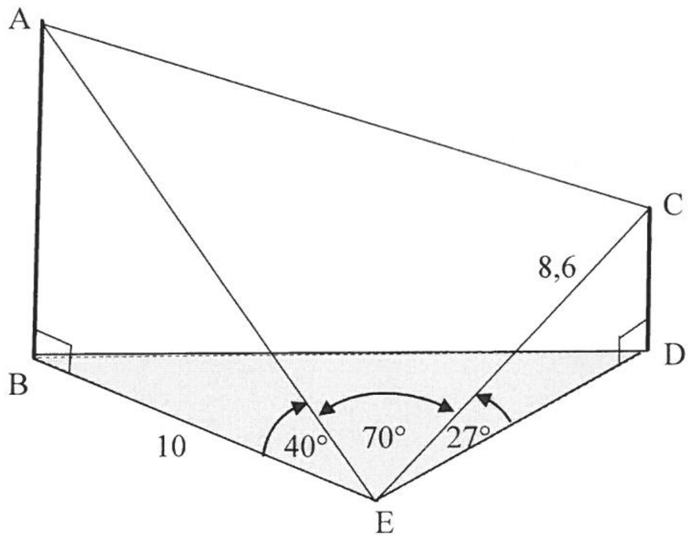
$$\sin(x+64°)\cos(x+379°)+\sin(x+19°)\cos(x+244°)=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

vir alle waardes van x. (6)

[23]

VRAAG 7

In die diagram is B, E en D punte in dieselfde horisontale vlak. AB en CD is vertikale pale. Staalkabels AE en CE anker die pale by E. 'n Ander staalkabel verbind A en C. $CE = 8{,}6$ m, $BE = 10$ m, $A\hat{E}B = 40°$, $A\hat{E}C = 70°$ en $C\hat{E}D = 27°$.



Bereken die:

7.1 Hoogte van paal CD (2)

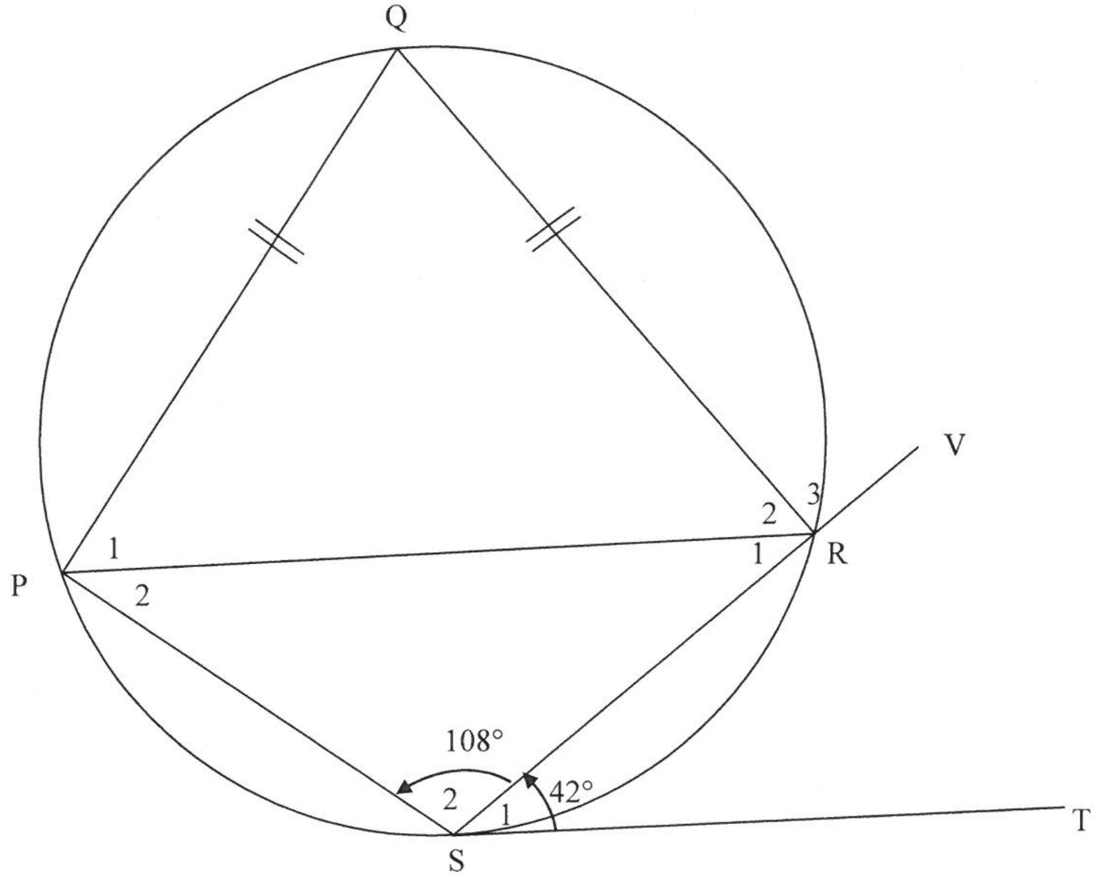
7.2 Lengte van kabel AE (2)

7.3 Lengte van kabel AC (4)
[8]

Gee redes vir ALLE bewerings en berekeninge in VRAAG 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

In die diagram is PQRS 'n koordevierhoek. ST is 'n raaklyn aan die sirkel by S en koord SR is verleng na V. PQ = QR, $\hat{S}_1 = 42°$ en $\hat{S}_2 = 108°$.



Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

8.1 $\hat{Q}$ (2)

8.2 $\hat{R}_2$ (2)

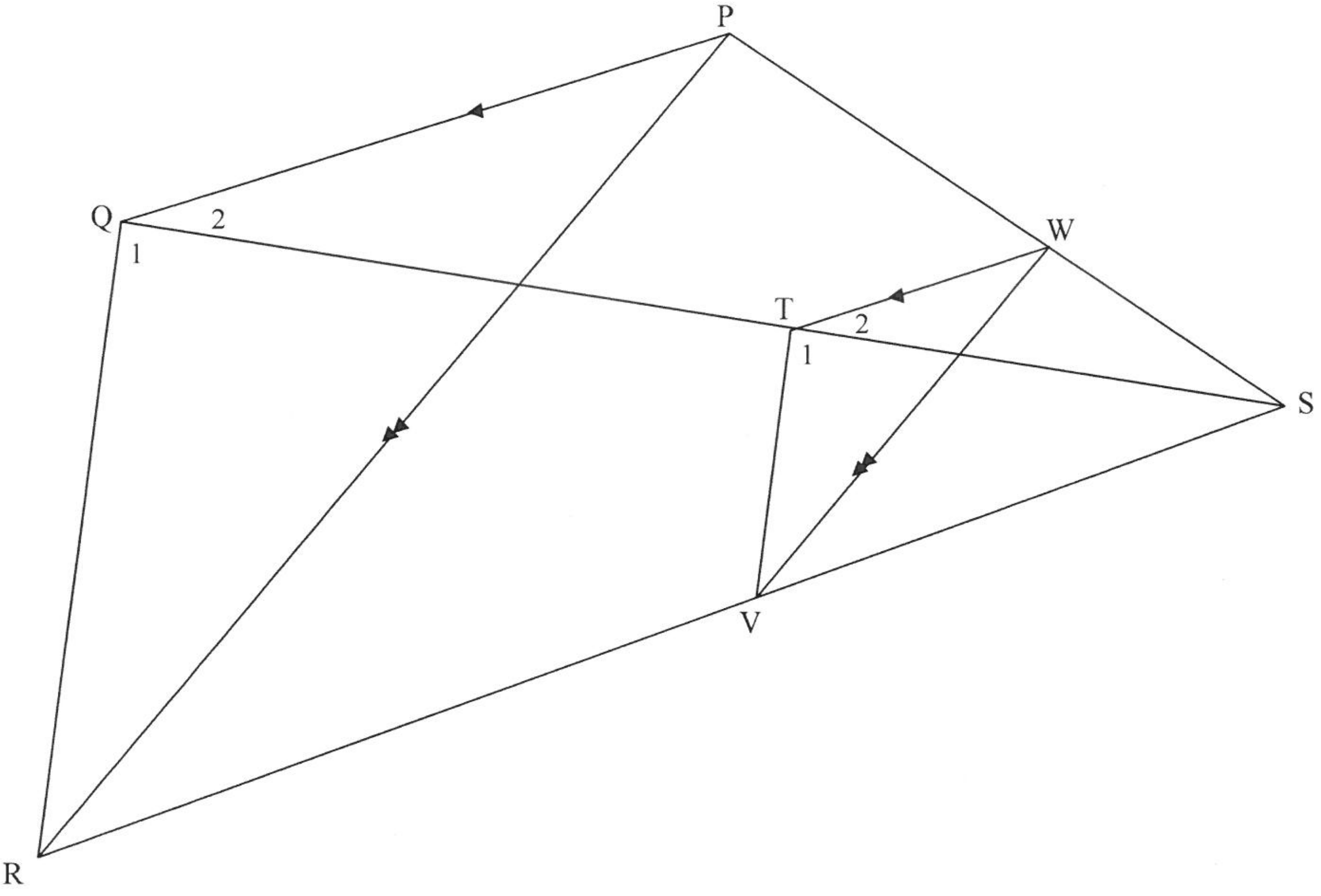
8.3 $\hat{P}_2$ (2)

8.4 $\hat{R}_3$ (2)

[8]

VRAAG 9

In die diagram is PQRS 'n vierhoek met hoeklyne PR en QS verbind. W is 'n punt op PS. WT is ewewydig aan PQ met T op QS. WV is ewewydig aan PR met V op RS. TV word getrek. PW : WS = 3 : 2.



9.1 Skryf die waarde van die volgende verhoudings neer:

9.1.1 $\frac{ST}{TQ}$ (2)

9.1.2 $\frac{SV}{VR}$ (1)

9.2 Bewys dat $\hat{T}_1 = \hat{Q}_1$. (4)

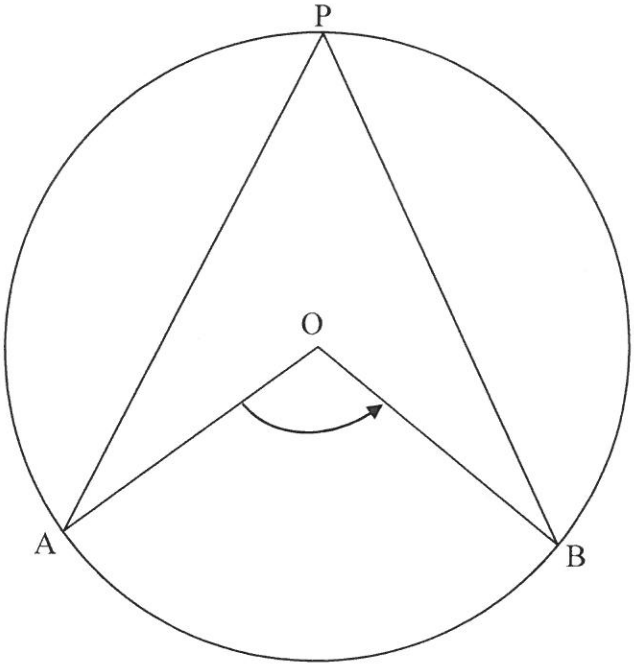
9.3 Voltooi die volgende bewering: $\Delta VWS \ ||| \ \Delta \ldots$ (1)

9.4 Bepaal WV : PR. (2)

[10]

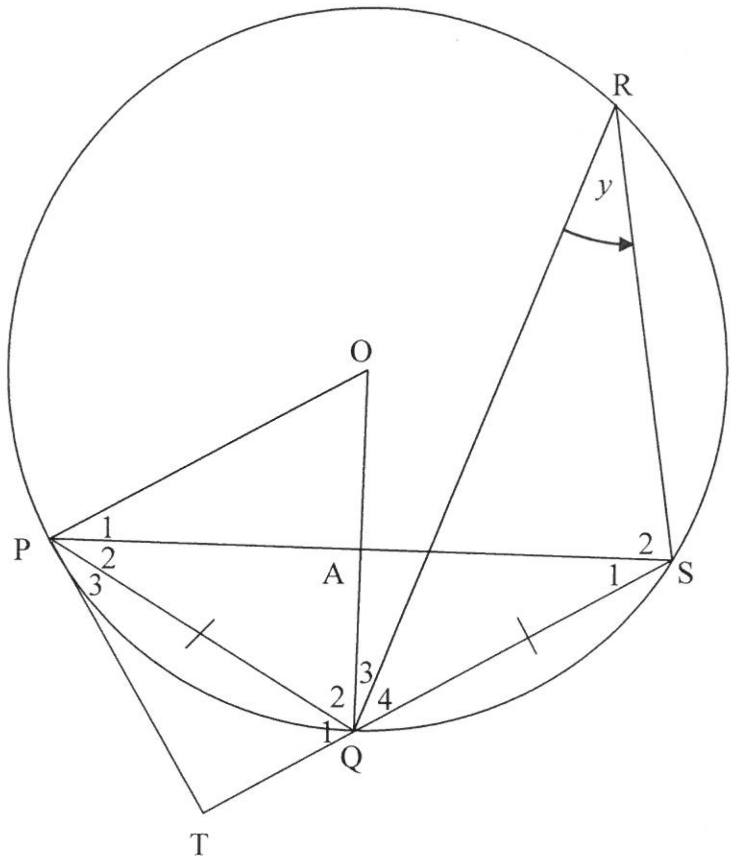
VRAAG 10

10.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en P is 'n punt op die omtrek van die sirkel. Boog AB onderspan $A\hat{O}B$ by die middelpunt van die sirkel en $A\hat{P}B$ by die omtrek van die sirkel.



Gebruik die diagram om die stelling te bewys wat beweer dat $A\hat{O}B = 2A\hat{P}B$. (5)

10.2 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en P, Q, S en R punte op die sirkel. PQ = QS en $Q\hat{R}S = y$. Die raaklyn by P ontmoet SQ verleng by T. OQ sny PS by A.

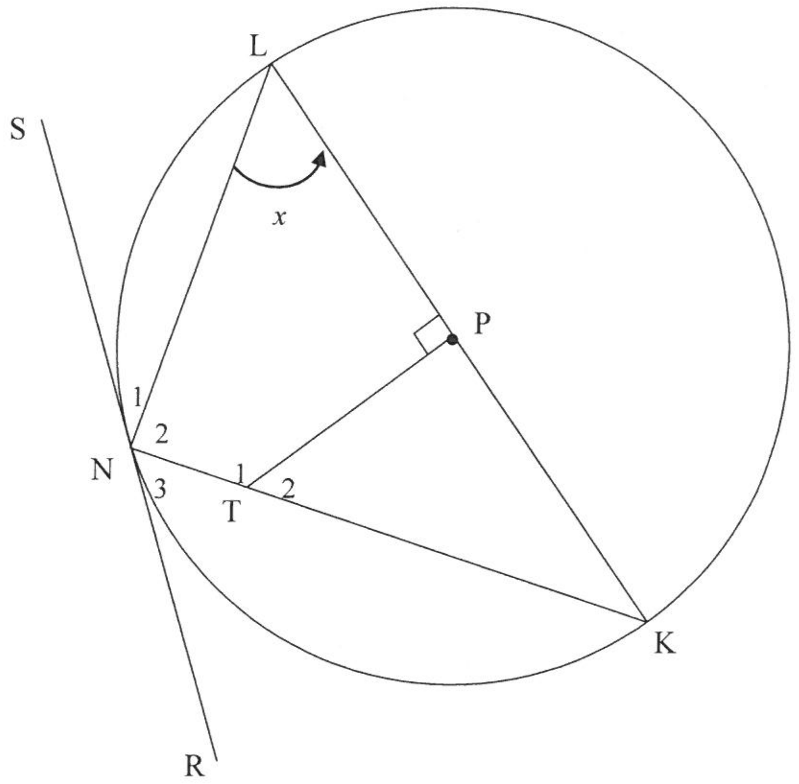


10.2.1	Gee 'n rede waarom $\hat{P}_2 = y$.	(1)
10.2.2	Bewys dat PQ vir $T\hat{P}S$ halveer.	(4)
10.2.3	Bepaal $P\hat{O}Q$ in terme van y.	(2)
10.2.4	Bewys dat PT 'n raaklyn is aan die sirkel wat deur die punte P, O en A gaan.	(2)
10.2.5	Bewys dat $O\hat{A}P = 90°$.	(5)

[19]

VRAAG 11

In die diagram is LK die middellyn van die sirkel met middelpunt P. RNS is 'n raaklyn aan die sirkel by N. T is 'n punt op NK en TP $\perp$ KL. $\hat{PLN} = x$.



11.1 Bewys dat TPLN 'n koordevierhoek is. (3)

11.2 Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{N}_1$ in terme van x. (3)

11.3 Bewys dat:

11.3.1 $\Delta KTP \,|||\, \Delta KLN$ (3)

11.3.2 $KT \cdot KN = 2KT^2 - 2TP^2$ (5)

[14]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$A=P(1+ni)$ $\quad A=P(1-ni)$ $\quad A=P(1-i)^n$ $\quad A=P(1+i)^n$

$T_n=a+(n-1)d$ $\quad S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$T_n=ar^{n-1}$ $\quad S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}\ ;\ r\neq 1$ $\quad S_\infty=\frac{a}{1-r};\ -1<r<1$

$F=\frac{x[(1+i)^n-1]}{i}$ $\quad P=\frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$y=mx+c$ $\quad y-y_1=m(x-x_1)$ $\quad m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\quad m=\tan\theta$

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

InΔABC: $\quad \frac{a}{\sin \mathrm{A}}=\frac{b}{\sin \mathrm{B}}=\frac{c}{\sin \mathrm{C}}$

$$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$$

$$\textit{oppervlakte}\ \Delta\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}ab.\sin\mathrm{C}$$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha.\cos\beta-\cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta-\sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha=\begin{cases}\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ 1-2\sin^2\alpha\\ 2\cos^2\alpha-1\end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha=2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$

$\mathrm{P(A)}=\frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad P(A \text{ of } B)=P(A)+P(B)-P(A \text{ en } B)$

$\hat{y}=a+bx$ $\quad b=\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$